Этот метод базируется на идеях методов ветвей и границ и комбинаторного отсечения. Доказывается его конечность.

O.O.Yemets, N.G.Romanova. **The combined method for the solution of linear combinatorial problem of optimization on the Euclidian combinatorial sets, located on the verticals.**

**SUMMARY**. The exact combined method for the solution of linear combinatorial problem of optimization on permutation sets. Is considered the method is based on ideas of methods of branches and borders and combinatorial cutting. In this clause is proved, that it the end.

### Список использованной литературы

1. Стоян Ю.Г., Ємець О.О. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації. − Київ: Ін-т систем. досліджень освіти, 1993. − 188 с.
2. Ємець О.О. Теорія і методи комбінаторної оптимізації на евклідових множинах в геометричному проектуванні: Автор. дис. ... докт. фіз.-мат. наук (01.05.01) − Київ: Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, 1997. − 42 с.
3. Емеличев В.А., Ковалев М.М., Кравцов М.К. Многогранники, графы, оптимизация. − М.: Наука, 1981. − 344 с.
4. Стоян Ю.Г., Ємець О.О., Ємець Є.М. Множини полірозміщень в комбінаторній оптимізації // Доповіді НАН України. – 1999. − №8. − С. 37-41.
5. Ємець О.О., Ємець Є.М. Відсіканння в лінійних частково комбінаторних задачах евклідової комбінаторної оптимізації // Доповіді НАН України. − 2000. − №9. − С. 105-109.
6. Емец О.А., Емец Е.М. Отсечения в линейных частично комбинаторных задачах оптимизации на перестановках // Экономика и матем. методы. − 2001. − Т. 37, №1. − С. 118-121.

Поступила в редколлегию 23.07.03

УДК 550.34

В.Н. ТИЩЕНКО, канд.физ.-мат. наук, Таврический нац. ун-т

# ОБОБЩЕННАЯ АППРОКСИМАЦИЯ АМПЛИТУДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЕЙСМОГРАММ

Предложен функционал для нелинейной аппроксимации амплитудной характеристики реальных записей (сейсмограмм) землетрясений, позволяющий получить линейную систему алгебраических уравнений относительно искомых параметров аппроксимирующих функций. Приведены примеры построения экспоненциальных и степенных зависимостей амплитуды от времени, характерных для затухающей фазы процесса.

 

Сейсмограммы реальных землетрясений представляют собой единственную достоверную информацию о физической природе и местонахождении источника возмущений твердой среды, поэтому обработка электронных или графических носителей этой информации представляет необходимый теоретический интерес. Достаточно медленная развертка при электромеханической записи колебаний точки наблюдения приводит к ее высокочастотному виду, что лишает наглядности выбор значений подлежащих обработке функций.

Вместе с этим весьма важным является наличие теоретических основ течения процесса распространения волн вдоль свободной от напряжений поверхности выбранной модели земной коры, что должно позволить найти местонахождение источника, его примерную мощность и время включения. Таким образом, наличие двух составляющих – методики обработки полезных сигналов при его высокочастотной записи и теории, позволяющей идентифицировать волны, создающие колебания точек земной поверхности – есть необходимое условие успешного решения поставленной задачи получения информации из сейсмограмм. Далее предложена первичная методика обработки временных рядов записей исходной информации.

В этой проблеме следует выделить две задачи – прогнозирование развития процесса во времени по записи на конечном интервале и установление временных зависимостей по данным обработки достаточно длинного временного интервала. Обе эти задачи могут быть решены аппроксимацией амплитудных характеристик сейсмограмм, т.е. имея только значения максимумов (минимумов) реальных сейсмограмм.

Временной ряд записи колебаний можно представить в виде волнового пакета [1]:

$$x(t) = A(r,t)\cos\theta(r,t),\ A(r,t) > 0, \tag{1}$$

где $A(r,t)$ – амплитуда колебаний, $q(r,t)$ – фазовая составляющая процесса, $r$ – эпицентральное расстояние до сейсмостанции, так что имеется некоторая запись, из которой можно выделить значения амплитуды $A$ в фиксированные моменты времени $t_k\ (k=1,2..N)$, когда

$$q(t_k) = pk\,.$$

Таким образом, имеются значения $A(t_k)$ на интервале $(t_1, t_{N+1})$, которые предлагается аппроксимировать обобщенной временной зависимостью

$$\tilde{A}(t) = Bt^{\alpha}\exp(g(t)),\ g(t) = \sum_{i=1}^{n}\alpha_i t^i \tag{2}$$

где параметры $B$, $a$, $a_i$, $(i=1,2,...,n)$ подлежат определению из условия минимума среднеквадратичного отклонения логарифмов «истинных» значений $A(t_k)$ и аппроксимационной зависимости (2), т.е.

$$J(B,\alpha,\alpha_i)=\sum_{k=1}^{N}\left(ln\,A(t_k)-ln\,\tilde{A}(t_k)\right)^2(t_{k+1}-t_k) \tag{3}$$

Это есть обобщенный метод наименьших квадратов в теории нелинейного регрессионного анализа случайных функций [2], дополненный двумя существенными моментами:

– аппроксимирующая функция (2) содержит нелинейную степенную зависимость $t^a$ вместе с экспоненциальными, что можно совместить, вводя в выражение для g(t) постоянную ln $B$ и функцию $a$ ln $t$, так что

$$\tilde{A}(t)=exp(g_1(t)),\ g_1(t)=ln\,B+\alpha\,ln\,t+g(t); \tag{4}$$

наличие члена с ln $t$ в представлении (4) обобщает тривиальные степенные зависимости функции $g(t)$, что делает задачу аппроксимации на бесконечном интервале времени более реальной, ибо степенной характер поведения функции при $t \to \infty$ есть скорее правило, чем исключение;

– требование минимума квадрата разности логарифмических составляющих амплитуд вызвано обобщением аппроксимации искомой зависимости $A(t)$ произведением функций, т.е. выражение (2) есть частный случай более общего представления:

$$\tilde{A}(t)=\prod_{i=0}^{n} f_i(t)^{a_i}, \tag{5}$$

где $f_i(t)$ – выбранная в качестве эталонной система функций; для этой аппроксимации естественной является ошибка логарифма $\tilde{A}(t_k)$ в сравнении с логарифмом $A(t_k)$, что приводит к минимизации функционала (3); легко проверить, что в случае (2) эталонный набор функций $f_i(t)$ равен

$$f_0=e,\quad f_1=t,\quad f_i=exp(t^i).$$

Таким образом, вводя аппроксимирующую функцию в виде (5) в функционал (3), который для «истинной» $A(t_k)$ достигает своего наименьшего значения, имеем:

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha_i} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{A}\vec{a} = \vec{b} \;\Rightarrow\quad \vec{a} = \vec{A}^{-1}\vec{b}\,, \tag{6}$$

где элементы

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^{N} \ln f_i(t_k) \ln f_j(t_k)(t_{k+1} - t_k), \\ b_i &= \sum_{k=1}^{N} \ln A(t_k) \ln f_i(t_k)(t_{k+1} - t_k), \end{aligned} \tag{7}$$

т.е. задача определения показателей $a_i$ сводится к решению линейной системы алгебраических уравнений с симметричной положительно определенной матрицей $\vec{A}$, имеющей, как правило, единственное решение.

**Замечание 1.** Сейсмограмма *x(t)* получается равномерной квантованием истинной функции смещений, так что $x(t_k)\cdot x(t_{k+1}) < 0$, а величина $A(t_k)$ есть значения $|x(t_k)|$; это позволяет рассматривать выражения (7) как квадратурную формулу с равномерной сеткой, равной шагу квантования.

**Замечание 2.** Если к понятию «амплитудной характеристики» подойти более рационально, т.е. выбирать амплитудные значения функции *x(t)* с явно выраженными (глобальными) максимумами (минимумами), то это потребует перехода к более крупному квантованию, что естественно для суммирования (3).

Эти замечания можно уточнить на конкретных примерах, чтобы установить зависимость между определением элементов матрицы $\vec{A}$, вектора $\vec{b}$ и длиной интервала $(t_{N+1} - t_1)$, которая существенно входит в эти определения.

Рассмотрим пример вычисления параметров аппроксимации $\alpha_i$ на трехэлементном варианте (4):

$$\tilde{A}(t) = exp(\alpha_0 + \alpha\, ln\, t + \alpha_1 t) = Bt^{\alpha} e^{t\alpha_1},$$

$$\alpha_0 = ln\, B.$$

Вычисления примут конкретный вид при условии $t_{k+1} - t_k \to 0$, $t_{N+1} >> t_1$, так что приняв за единицу эталона времени величину $t_{N+1}$, можно считать, что $t_1 = 0$. Поэтому

$$A_{ij} = t_{N+1} \int_0^1 ln\, f_i(z) ln\, f_j(z) dz, \quad z = t/t_{N+1},$$
$$\beta_i = t_{N+1} \sum_{k=1}^{N} ln\, A(z_k) ln\, f_i(z_k)(z_{k+1} - z_k), \tag{8}$$

$$\hat{A} = t_{N+1} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1/2 \\ -1 & 2 & -1/4 \\ 1/2 & -1/4 & 1/3 \end{pmatrix}.$$

Эта аппроксимация наиболее часто встречается при сейсмических записях сейсморазведки [3] как естественная характеристика процессов при $t \to \infty$. Если найти экстремумы этой функции, то получим один экстремум при $t = -a/a_1$, т.е. такую аппроксимацию удобно принять при наличии на сейсмограмме одного экстремума для $A(t_k)$, хотя это не обязательно при $t_1 > -\alpha/\alpha_1$ (знаки $a$ и $a_1$ должны быть различны и очевидно, что экстремум является максимумом при $a>0$, $a_1<0$ и минимумом при $a<0$, $a_1>0$).

Решение системы 3-х уравнений (8) элементарно и оно приводит при наличии в сейсмическом сигнале, например, волн Релея как единственного долговременного источника информации к условию $\alpha_1 = 0$, $\alpha = -1{,}5$. [4]. Величина $B$ определяет интенсивность волны Релея, по которой можно судить о мощности источника возмущений как причины волнового процесса. Если $\alpha_1<0$, то это приводит к наличию внутреннего рассеяния энергии за счет поглощающих свойств породы.

При наличии на сейсмограмме двух и более экстремумов в записях $A(t_k)$ следует увеличить число эталонных функций $f_i(t) = exp(t^i)$, $(i \geq 2)$.

Таким образом предложенная схема обработки амплитудной характеристики сейсмограмм землетрясений создает возможность получения дополнительной информации о протекании процесса для $t \to \infty$ применением обобщенного критерия аппроксимации сильно осциллирующих функций.

В.М. Тіщенко. **Узагальнена апроксимація амплітудних характеристик сейсмограм.**

**РЕЗЮМЕ.** Запропоновано функціонал для нелінійної апроксимації амплітудної характеристики записів (сейсмограм) землетрусів, що дозволяє одержати лінійну систему алгебраїчних рівнянь відносно шуканих параметрів апроксимуючих функцій. Наведено приклади побудови експоненційних та

степеневих залежностей амплітуди від часу, які притаманні для згасаючої фази процесу.

V.N. Tishchenko. **The general approximation of the seismogrammes' amplitude characteristic.**

**SUMMARY.** The functional for nonlinear approximation of the amplitude characteristic of real earthquake records to get a linear system of algebraic quatations concerning unknown parameters of the approximating functions. The example of constructing of exponential amplitude dependences on the time, typical for damping phase of the process, are offered.

### Список использованной литературы

1. Уизем Дж. Дж. Линейные и нелинейные волны – М.: Мир, 1977. – 621с.
2. Эконометрика, Учебник/ Под ред. И. И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 344с.
3. Сейсморазведка (справочник геофизика) / Под ред. И. И. Гурвича, В. П. Номоконова – М.: «Недра», 1981. – 464с.
4. Новацкий В.В. Теория упругости – М.: «Мир», 1975. – 872с.

Поступила в редколлегию 19.06.03