

a crack dynamic loading. Received as a result of realization of numerical model the data allow describing process of destruction at a finishing stage.

### **Список использованной литературы.**

1. Костандов Ю.А., Рыжаков А.Н., Шиповский И.Е. Модель квазихрупкого разрушения при импульсном нагружении //Проблемы прочности.- 2002.- №6, с.131-138.
2. Костров Б.В., Никитин Л.В., Флитман Л.М. Механика хрупкого разрушения. – Изв. АН СССР. Механика твердого тела, 1969, №3, с. 112-125.
3. Костров Б.В. Распространение трещин с переменной скоростью// ПММ. 1974. т.38. №3. с.551 – 560.
4. Партон В.З., Борисковский В.Г. Динамика хрупкого разрушения. – М.: Машиностроение, 1988. – 240с.
5. Костандов Ю.А., Рыжаков А.Н., Шиповский И.Е. Взаимосвязь критических параметров процесса квазихрупкого разрушения при импульсном нагружении.- Динамические системы, 2001, вып. 17, с. 157 – 165.
6. Бартнев Г.М., Зеленев Ю.В. Физика и механика полимеров: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. школа, 1983. – 391с.
7. Корнеев А.И., Николаев А.П., Шиповский И.Е. Приложение метода конечных элементов к задачам соударения твердых тел. // 7 Всесоюзная конференция "Численные методы решения задач теории упругости и пластичности". - Новосибирск, 1982.-С.122-129.
8. Гуль В.Е. Структура и прочность полимеров. – М., Химия, 1971. – 344с.
9. Сарайкин В.А. Динамика плоской упругой трещины при переменных нагрузках. – Изв. АН СССР, МТТ, 1980, с.138-147.

Поступила в редколлегию 11.08.03

УДК 622.5 + 539.3

И.Е. ШИПОВСКИЙ, канд. тех. наук, Ю.А. КОСТАНДОВ, канд. физ.-мат. наук,  
Л.Я. ЛОКШИНА, Таврический нац. ун-т.

## **ЗАДАЧА О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ИНСТРУМЕНТА С ПОРОДОЙ В ОБОБЩЕННОЙ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ ПОСТАНОВКЕ**

Рассматривается задача о взаимодействии инструмента с горной породой, свойства которых описываются упругопластической моделью с учетом динамических эффектов, связанности тепловых и механических полей. Задача решается численно с использованием модифицированного метода конечных элементов (МКЭ).

Существует обширный класс прикладных задач, связанных с необходимостью определения напряженно-деформированного

состояния (НДС) взаимодействующих материалов. Многие технологические процессы (в частности, резание) связаны с интенсивным механическим воздействием на обрабатываемый материал. В этих условиях происходит резкое изменение НДС материалов вплоть до возникновения ударных волн.

В данной работе задача о взаимодействии инструмента с породой рассматривается в обобщенной постановке. “Обобщенность” понимается в том смысле, что учитывается связанность тепловых и механических процессов. В этом случае учитывается взаимное влияние эффектов, обусловленных: 1) теплопроводностью, 2) динамическими (инерционными) членами, входящими в уравнения движения, 3) связанностью полей деформации и температуры, 4) тепловой инерцией (конечной скоростью распространения тепла) и 5) диссипативными процессами вследствие возможной пластичности.

Процессы интенсивного нагружения твердых тел играют важную роль в технике, промышленности, военном деле. При разработке конструкций, предназначенных для эксплуатации в условиях динамического нагружения необходимо знать текущий уровень повреждений, чтобы предсказать возможное разрушение. В случае, когда поврежденность превысила критическое значение, представляет интерес информация о месте и характере разрушения, форме разрушенных частей. Реализация такого прогноза связана с решением задач определения пространственно-временного распределения очагов разрушения (трещин, пор), возникающих в процессе деформирования материала, что возможно осуществить только при использовании численного моделирования процесса нагружения.

В ряде задач о разрушении характер фрагментации определяется условиями нагружения и формой взаимодействующих тел и его можно предсказать заранее. Однако в большинстве задач характер фрагментации является вероятностным процессом и определяется наличием внутренних неоднородностей, обусловленных дефектами структуры материала. К таковым относятся задачи взаимодействия исполнительного органа горных машин с породой и углями, где характер фрагментации, как правило, заранее неизвестен и исследовать процесс разрушения требуется при условии распределения начальных дефектов случайном образом. С этой точки зрения разрушение известнякового образца под действием надвигающегося на него резца [1] является удобной модельной задачей, на которой можно отрабатывать методы, модели и критерии, используемые при численном моделировании вероятностного разрушения.

Численный метод, используемый для расчета фрагментации горных пород, должен учитывать распределение начальных неоднородностей по объему тела, описывать накопление поврежденности в процессе деформирования, возникновение, рост и слияние трещин. Особенности подобных задач требуют использования лагранжевого подхода к описанию движения разрушаемой среды, так как он значительно упрощает отслеживание свободных и контактных границ.

В настоящей работе рассматриваются особенности численной реализации задачи об изменении НДС образца горной породы при воздействии на него исполнительного органа горных машин – резца – с учетом наличия неоднородностей породы виде полостей и включений из более прочной породы.

Система уравнений, описывающая движение прочной сжимаемой сплошной среды, базируется на фундаментальных законах сохранения и включает уравнения баланса массы, количества движения, энергии:

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} + \nabla_m (\mathbf{r} u_m) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\mathbf{r} u_k)}{\partial t} + \nabla_m (\mathbf{r} u_k u_m - \mathbf{s}_{km}) = 0, \quad (2)$$

$$r c_e \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u_k \nabla_k T \right) = -\nabla_m q_m - 3KT a_T \nabla_k u_k + s_{mk} e_{mk}^p, \quad (3)$$

определяющие уравнения для вектора теплового потока

$$q_k + t_q \left( \frac{\partial q_k}{\partial t} + u_m \nabla_m q_k \right) = -I \nabla_k T, \quad (4)$$

и тензора напряжений

$$\frac{\partial s_{ik}}{\partial t} + u_m \nabla_m s_{ik} - w_{im} s_{km} - w_{km} s_{im} + \Lambda s_{ik} = 2m e, \quad (5)$$

$$p = p(r, T), \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{ik} &= \mathbf{e}_{ik}^e + \mathbf{e}_{ik}^p, \quad \mathbf{e}_{ik} = 1/2(\nabla_i u_k + \nabla_k u_i), \quad \mathbf{e}_{ik} - \mathbf{e}_{ik} - 1/3(\nabla_m u_m) \mathbf{d}_{ik}, \\ \mathbf{w}_{ik} &= 1/2(\nabla_k u_i - \nabla_i u_k), \quad \mathbf{s}_{ik} = -p \mathbf{d}_{ik} + s_{ik}, \quad p = -1/3 \mathbf{s}_{km} \mathbf{d}_{km}, \\ s_{km} s_{km} &\leq 2/3 \mathbf{s}_g^2, \quad \Lambda = \frac{3m s_{km} e_{km}^p}{\mathbf{s}_g^2} H(s_{km} s_{km} - 2/3 \mathbf{s}_g^2) H(s_{km} e_{km}^p). \end{aligned}$$

В приведенных соотношениях  $\rho$  – плотность,  $s_{ik}, e_{ik}, d_{ik}$  – компоненты тензоров напряжений, скоростей деформаций и единичного тензора соответственно,  $u_k$  – компоненты вектора скорости,  $T$  – температура,  $c_e$  – теплоемкость при постоянной деформации,  $\alpha_n$  – коэффициент линейного термического расширения,  $I$  – коэффициент теплопроводности,  $K$  – изотермический коэффициент объемного сжатия,  $t_q$  – время релаксации теплового потока,  $m$  – модуль сдвига,  $S_Y$  – динамический предел текучести,  $H$  – функция Хевисайда. Отдельные слагаемые, входящие в правую часть уравнения (3), ответственны за диссипацию энергии вследствие теплопроводности ( $\nabla_m q_m$ ), связанности тепловых и деформационных процессов ( $3KT\alpha_T \nabla_k u_k$ ) и необратимых эффектов, обусловленных пластическим течением ( $s_{km} e_{km}^p$ ). Здесь предполагается, что работа напряжений на пластических деформациях полностью рассеивается, переходя в тепло.

Соотношение (4), называемое обычно обобщенным законом Фурье, может быть получено формально добавлением к классическому закону теплопроводности Фурье  $q_k = -I \nabla_k T$  слагаемого, учитывающего тепловую инерцию. С физической точки зрения отличие уравнений (4) от закона Фурье заключается в том, что оно учитывает "эффект запаздывания", обусловленный релаксацией системы к локальному термодинамическому равновесию.

Уравнение (5), связывающее девиаторы тензора напряжений  $S_{ik}$  и тензора скоростей деформаций  $e_{ik}$ , можно получить, если для упругой составляющей  $e_{ik}^e$  в аддитивном разложении  $e_{ik} = e_{ik}^e + e_{ik}^p$  принять гипопругий закон деформирования [2], в котором в качестве объективной меры скорости изменения напряжений принята производная Яуманна, а для пластической составляющей  $e_{ik}^p$  – ассоциированный закон течения с условием пластичности Мизеса [3].

Одним из самых важных моментов при решении задач разрушения является выбор критерия разрушения. На сегодняшний день в механике разрушения принято разделять критерии роста трещины и критерии ее зарождения. В численном моделировании при использовании метода раздвоения узлов направление дальнейшего роста трещины, как правило, определяется по лучу, наиболее близкому к плоскости, нормальной к максимальным напряжениям, а при использовании метода локальной перестройки разностной сетки направление роста совпадает с направлением на разрушенную ячейку.

Практически все критерии зарождения трещины основаны на том, что ячейка считается разрушенной при достижении ее

поврежденностью критического значения. Деформационные модели основаны на предположении о том, что поврежденность пропорциональна некоторой функции от пластических деформаций, предельное значение параметра поврежденности при этом определяется из экспериментов на одноосное растяжение-сжатие и результаты экстраполируются на трехосное напряженно-деформированное состояние. Как наиболее характерные, здесь можно привести критерий разрушения (КР), использующий суммирование приращений работы пластических деформаций  $dD = s_{ij} de_{ij}^p$  [4] и КР, использующий суммирование приращений эквивалентной пластической деформации  $dD = \sqrt{de_{ij}^p de_{ij}^p}$  [5].

Весьма важным для исследования процесса динамического разрушения и для правильного определения ориентации трещины является вопрос о том, какая трещина реализовалась - отрывная или сдвиговая и, если сдвиговая, то как определить ее ориентацию (ведь максимальные касательные напряжения равны на взаимно перпендикулярных площадках). Особенно это важно при зарождении микротрещины, так как при уже существующей трещине направление ее дальнейшего роста можно определить как направление на разрушенную ячейку в окрестностях вершины трещины.

В реальных материалах процесс разрушения всегда определяется внутренней структурой среды, наличием неоднородностей, как правило, вызванных различной ориентацией зерен в поликристаллическом материале или неоднородностями в составе композиционных материалов, различием в микропрочности внутри зерна и на межзеренной или межфазной границе, наличием полостей или включений. Поэтому, для более полного соответствия модели реальному процессу деформирования и разрушения, необходимо внести возмущения в физико-механические характеристики разрушаемой среды, т.е. ввести случайное распределение факторов, определяющих прочностные свойства материала.

Для введения в методику расчета сведений о включениях в структуре материала, можно использовать упрощенный вариант моделирования вероятностного механизма разрушения. Физико-механические характеристики среды  $x_i$ , отвечающие за неоднородность, считаются распределенными случайным образом по объему материала. Плотность вероятности распределения данных параметров  $\frac{dp}{dx_i} = f_i(x_i, x_{0i}, D_i, \Omega_j)$  берется в виде различных законов распределения  $f_i$ , в общем случае зависящих от табличного (среднего) значения  $x_{0i}$  распределяемого параметра, варьируемой

дисперсии  $D_i$  распределения данного параметра, и прочих характеристик среды  $\Omega_j$ . Для безградиентного однофазного материала такие характеристики, как плотность, модуль сдвига, модуль объемного сжатия практически не зависят от числа включений и при распределении по объему эти величины можно считать постоянными. В то же время такие параметры, как предел текучести, предел прочности, максимальные деформации и прочие константы, определяющие момент наступления разрушения в различных теориях прочности и критериях разрушения, напрямую зависят от числа и размера включений и должны быть распределены по объему случайным образом, с дисперсией, зависящей от однородности материала.

В данной работе для расчета НДС взаимодействия инструмента с образцом породы использовалась методика, реализованная на тетраэдральных ячейках и базирующаяся на модифицированном методе конечных элементов (ММКЭ) [6]. При численном моделировании задач динамического нагружения для определения скоростей и координат узлов, находящихся на границе раздела двух сред, используется удобная для задач фрагментации (характерной особенностью которых является наличие большого числа граничных узлов, которые могут вступать в контакт или выходить из контакта) методика, предложенная в [7]. При выполнении в ячейке условия разрушения считается, что в данной ячейке образовалась микротрещина. В первом приближении можно полагать микротрещины независимыми (то есть не вводить поверхность разрушения) и при выполнении КР считать, что материал не сопротивляется сдвиговым и растягивающим объемным усилиям, но продолжает работать на сжатие. Среди работ, использующих данный подход можно отметить [4,8]. Однако при более тщательном подходе и для расчета скольжения в сдвиговых трещинах требуется вводить поверхность разрушения (макротрещину), т.е. перестраивать сетку. В настоящее время, в задачах, когда характер разрушения заранее неизвестен, в основном используют два подхода для численного расчета фрагментации. Первый состоит в том, что узел сетки раздваивается при выполнении в его окрестности некоторого КР и трещина распространяется по узлам разностной сетки. Второй подход заключается в том, что при выполнении в ячейке выбранного КР происходит локальная перестройка разностной сетки. В этом случае параметры, характеризующие состояние среды, пересчитываются для новой ячейки как сумма по входящим в нее старым ячейкам пропорционально их массовой доле.

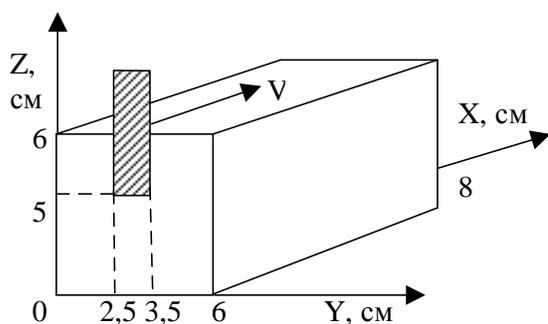


Рис.1

В данной работе была рассмотрена задача о динамическом нагружении образца из известняка абсолютно жестким резцом, движущимся с постоянной скоростью  $V=6$  м/с. Схема нагружения представлена на рис.1.

Картина деформаций на верхней поверхности образца в момент времени  $t=100$  мкс (время  $t$  отсчитывается от момента касания образца резцом) приведена на рис.2 (показана 1/2 часть образца до линии симметрии).

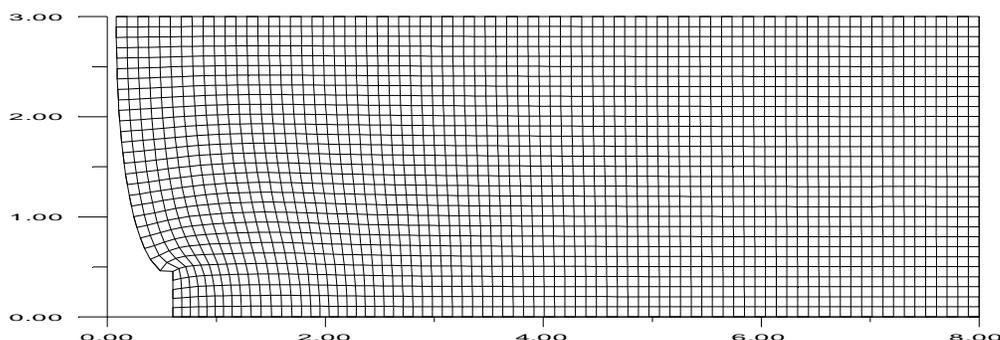


Рис.2

Для этого же момента времени ниже приведены результаты следующих расчетов:

- изолиний напряжений  $S_{xx}$  на поверхности образца - на рис.3 (*a*-для сплошного образца, *b*- для образца с полостью);
- деформаций образца в срединном сечении - на рис.4 (*a*-для сплошного образца, *b*- для образца с полостью);
- изолиний напряжений  $S_{xx}$  образца в срединном сечении - на рис.5 (*a*-для сплошного образца, *b*- для образца с полостью, внизу – соответственные области концентраций напряжений в зоне воздействия резца с большим увеличением).

Для определения момента разрушения в горных породах использовался критерий Кулона. Ориентация микротрещины при срабатывании критерия разрушения определяется следующим образом: во-первых, считается, что в областях, в которых реализуется состояние неравномерного сжатия, разрушение происходит путем сдвига. При этом, вследствие симметричности тензоров напряжений и деформаций, максимальные усилия реализуются на двух взаимно

Задача о взаимодействии инструмента с породой в обобщенной упругопластической постановке

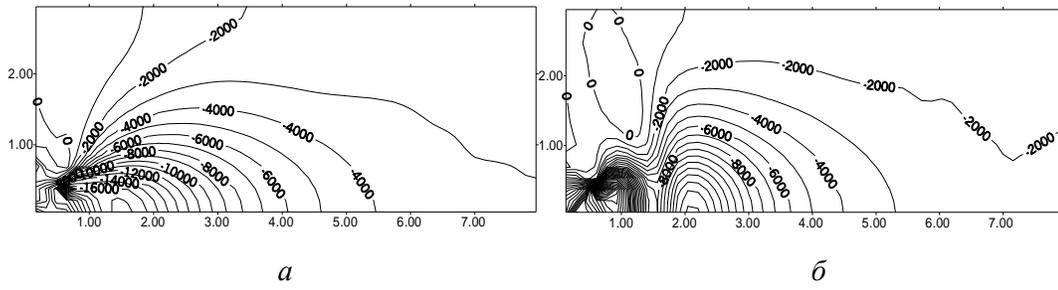


Рис.3

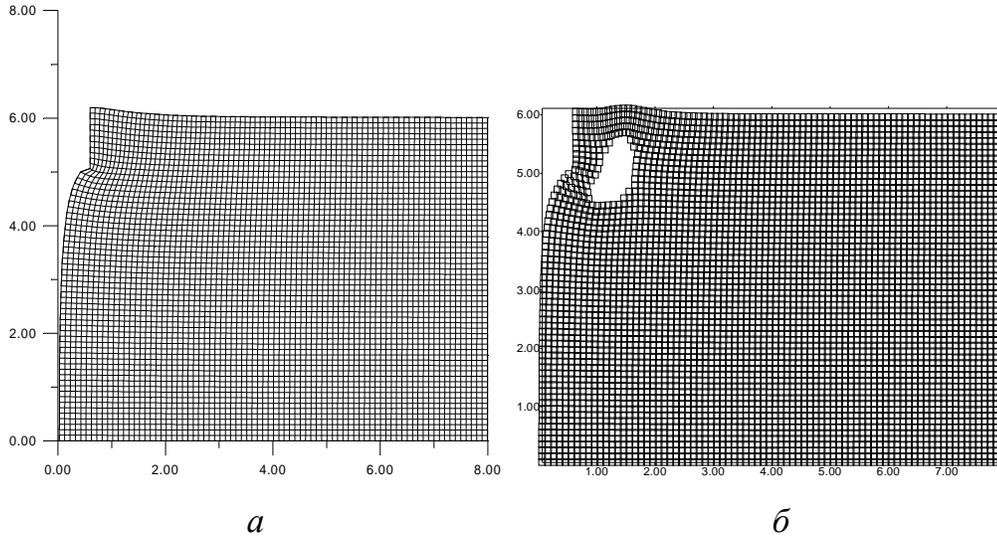


Рис.4

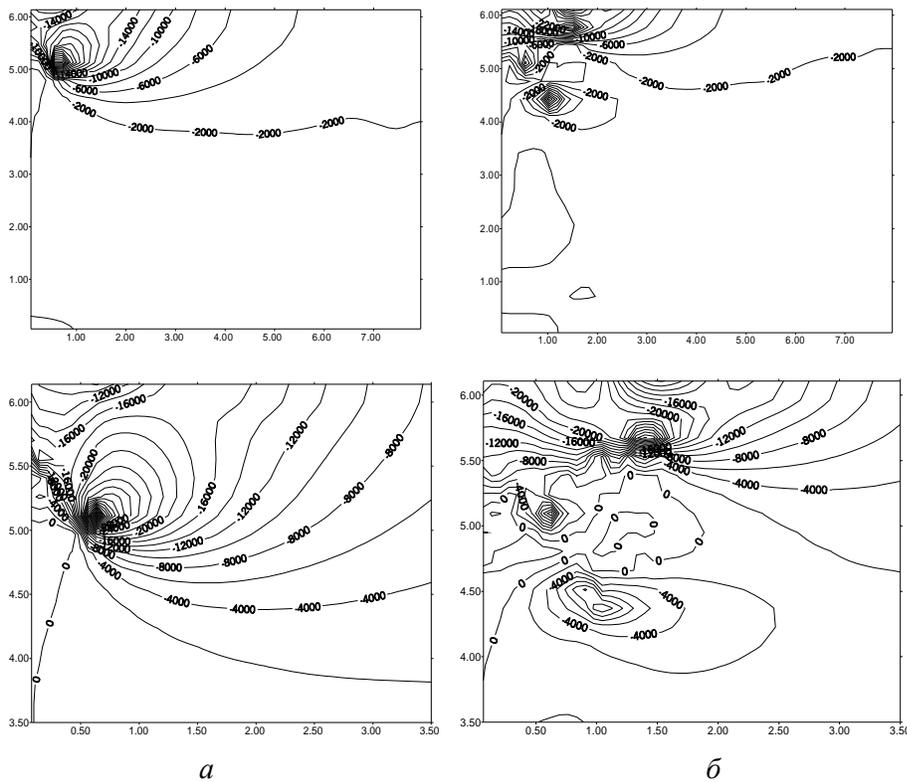


Рис.5

перпендикулярных площадках. Полагается, что эти две ориентации равновероятны и случайным образом выбирается одна из них. Во-вторых, считается, что в областях, в которых реализуется состояние неравномерного растяжения, разрушение происходит путем разрыва по площадке с максимальным нормальным напряжением.

Рассмотренная в работе методика расчета и прогнозирования вероятностного разрушения при динамическом нагружении позволяет рассчитывать НДС материалов и конструкций с различными физико-механическими характеристиками и геометрическими размерами.

**І.Є.Шиповський, Ю.А.Костандов, Л.Я.Локшина. Задача про взаємодію інструмента породою в узагальненій пружно-пластичній постановці**

**РЕЗЮМЕ.** Розглядається задача про взаємодію інструмента з гірською породою, властивості яких описуються пружно-пластичною моделлю з урахуванням динамічних ефектів, зв'язаності теплових і механічних полів. Задача вирішується чисельно з використанням модифікованого методу кінцевих елементів.

**I.E.Shipovsky, Y.A.Kostandov, L.Ya.Lokshina. The task about interaction of the tool with breed in generalized elastic - plastic consideration**

**SUMMARY.** The task about interaction of the tool with mountain breed is considered, which properties are described is elastic-plastic model in view of dynamic effects, intercoupling of thermal and mechanical fields. The task is solved numerically by the updated finite element method.

### **Список использованной литературы**

1. Локшина Л.Я., Шиповский И.Е. Исследование влияния неоднородности породы на характер взаимодействия с инструментом.//Материалы 13 международной научной школы "Деформирование и разрушение материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках". – Симферополь: Таврический нац. ун-т, 2003. – С. 85-90.
2. Белов Н.Н., Демидов В.Н., Шиповский И.Е. и др. Компьютерное моделирование динамики высокоскоростного удара и сопутствующих физических явлений. // Изв. ВУЗов. Физика, 1992. – № 8. – С. 5-48.
3. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969.
4. Майнчен Дж., Сак С., Метод расчета "Тензор" // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. – С.185-211.
5. Крейнхаген К.Н., Вагнер М.Х., Пьечочки Дж.Дж., Борк Р.Л. Нахождение баллистического предела при соударении с многослойными мишенями. // Ракетная техника и космонавтика. 1970. Т.8, №12. С.42-47.

6. Костандов Ю.А., Рыжаков А.Н., Федоркин С.И., Шиповский И.Е. Компьютерная оптимизация прочностных и геометрических характеристик стеновых блоков.// Збірник наукових праць Кримської академії природоохоронного та курортного будівництва. (Будівництво, техногенна безпека). – Вып.5. – Симферополь. – 2001. – С.71-81.
7. Шиповский И.Е. Реализация контактного взаимодействия инструмента с горной породой при численном моделировании.// Динамические системы.– Вып 17. – Симферополь: ТНУ, 2001. – С.166-171 .
8. Курран Д.Р. Динамическое разрушение.// Динамика удара. М.: Мир,1985. С.257-293.

Поступила в редколлегию 14.08.03