2. Закора Д.А. Малые движения частично диссипативной гидродинамическойсистемы: // Динам. системы. – 1999. – Вып.15. – С. 149–154.
3. Копачевский Н.Д., Крейн С.Г., Нго Зуй Кан Операторные методы в линейной гидродинамике: Эволюционные и спектральные задачи. – М.: Наука., 1989. – 416 с.
4. Радзиевский Г.В. Квадратичный пучок операторов. – Киев: Препринт Ин-та матем. АН УССР., 1976.
5. Оразов М.Б. О локализации спектра в задаче о нормальных колебаниях упругой оболочки, заполненной вязкой несжимаемой жидкостью // Журнал вычислит. математики и математической физики. –1985.– Т. 25, № 3. – С. 403–412.

Поступила в редколлегию 12.06.2000

УДК 532.5:517.9:532

Э.И. БАТЫР, аспирант, Таврический нац. ун-т.

МАЛЫЕ ДВИЖЕНИЯ И НОРМАЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ДВОЙНОГО МАЯТНИКА С ПОЛОСТЯМИ, СОДЕРЖАЩИМИ ВЯЗКУЮ НЕСЖИМАЕМУЮ ЖИДКОСТЬ

Рассматривается линейная задача гидродинамики, связанная с малыми движениями и нормальными колебаниями двойного маятника с полостями, целиком заполненными жидкостью. Задача решается с помощью методов функционального анализа. Формулируется теорема существования решений задачи Коши; описываются свойства нормальных колебаний.

1. Постановка задачи. Рассматривается система двух тел G_1 и G_2, имеющих общую точку O_2. Тело G_1 имеет неподвижную точку O_1. Система совершает малые движения вблизи состояния покоя. Первое тело G_1 содержит полость Ω_1, заполненную вязкой несжимаемой жидкостью. Второе тело G_2 содержит полость Ω_2, заполненную вязкой несжимаемой жидкостью.

Введем в трехмерном пространстве $\mathbf{R}^3$ неподвижную декартову систему координат $O_1x^1x^2x^3$. Рассмотрим подвижную систему координат $O_1x_1^1x_1^2x_1^3$ с началом в точке O_1, жестко связанную с первым телом. Рассмотрим также подвижную систему координат $O_2x_2^1x_2^2x_2^3$ с началом в точке O_2, жестко связанную со вторым телом Ω_2. Единичные векторы осей системы $O_1x^1x^2x^3$ обозначаются через $\vec{e}^{\,i}$, а осей систем $O_1x_1^1x_1^2x_1^3$ и $O_2x_2^1x_2^2x_2^3$ – через $\vec{e}_1^{\,i}$ и $\vec{e}_2^{\,i}$ соответственно (i=1,2,3).

Система совершает малые движения в плоскости Ox^2x^3. Механическая система имеет две степени свободы. В качестве обобщенных координат можно взять углы $d_1(t)$ и $d_2(t)$: $d_1(t)$ – угол между осями O_1x^3 и $O_1x_1^3$, $d_2(t)$ – угол между осями O_1x^3 и $O_2x_2^3$. Положение подвижной системы координат $O_1x_1^1x_1^2x_1^3$ относительно неподвижной системы координат $O_1x^1x^2x^3$ задается вектором углового перемещения $\vec{d}_1(t)$. Его длина есть угол поворота оси, направление по правилу буравчика: $\vec{d}_1(t)=d_1\vec{e}^{\,1}$, где $\vec{e}^{\,1}$ – орт оси Ox_1. Положение подвижной системы $O_2x_2^1x_2^2x_2^3$ относительно неподвижной системы $O_1x^1x^2x^3$ задается вектором углового перемещения $\vec{d}_2(t)$. Его длина есть угол поворота оси, направление по правилу буравчика: $\vec{d}_2(t)=d_2\vec{e}^{\,1}$ [1].

Пусть m_1 и m_2 – массы соответственно первого и второго тела, C_1 и C_2 – центры тяжести этих тел, $\vec{h}=\overrightarrow{O_1O_2}=h\vec{e}_1^{\,3}$, $h>0$, $\vec{r}_i$ – радиус-вектор, связывающий полюс O_i с любой точкой тела G_i, $\vec{c}_i=\overrightarrow{O_iC_i}=a_i\vec{e}_i^{\,3}$, $a_i>0$, $(i=1,2)$.

На систему действует сила тяжести $\vec{g}=-g\vec{e}^{\,3}$. Силы трения в точках O_1 и O_2 отсутствуют.

Уравнения движения системы двух гиростатов, записанные в линейной форме, таковы [2]:

$$J_1\frac{d\vec{w}_1}{dt}+L_1\frac{d\vec{u}_1}{dt}+m_2\vec{h}\times\left(\frac{d\vec{w}_1}{dt}\times\vec{h}\right)+m_2\vec{h}\times\left(\frac{d\vec{w}_2}{dt}\times\vec{c}_2\right)+$$
$$+\int\limits_{\Omega_2}\vec{h}\times\frac{d\vec{u}_2}{dt}dm_2=-(m_1a_1+m_2h)gd_1\vec{e}_1^{\,1}+\overrightarrow{M_1}-\overrightarrow{M_2}, \qquad (1)$$

$$J_2\frac{d\vec{w}_2}{dt}+L_2\frac{d\vec{u}_2}{dt}+m_2\vec{c}_2\times\left(\frac{d\vec{w}_1}{dt}\times\vec{h}\right)=-m_2a_2gd_2\vec{e}_2^{\,1}+\overrightarrow{M_2}. \qquad (2)$$

Здесь J_i – тензор инерции гиростата G_i в точке O_i, L_i – гиростатический момент этого гиростата в точке O_i, $\overrightarrow{M_i}$ –суммарный момент относительно полюса O_i малых массовых сил, действующих на систему, $\vec{w}_i=\dfrac{d\vec{d}_i}{dt}$ – абсолютная угловая скорость тела G_i, $\vec{u}_i=\vec{u}_i(t,\vec{r}_i)$ – относительная скорость движения жидкости, $i=1,2$.

Рассмотрим теперь линеаризованные уравнения и краевые условия гидродинамической части задачи. При исследовании задачи динамики системы "тело–жидкость" часто пользуются уравнениями движения жидкости в подвижной системе координат. В подвижной системе координат $O_1x_1^1x_1^2x_1^3$ уравнения для определения поля относительной скорости $\vec{u}_1 = \vec{u}_1(t, \vec{r}_1)$, динамического давления $p_1(t, \vec{r}_1)$, с учетом малого внешнего поля массовых сил $\vec{f}_1 = \vec{f}_1(t, \bar{r}_1)$, при постоянной плотности жидкости r_1 и кинематической вязкости m_1, имеют вид [1]:

$$\frac{\partial \vec{u}_1}{\partial t} + \frac{d\vec{w}_1}{dt} \times \vec{r}_1 = -\frac{1}{r_1} \nabla p_1 + m_1 \Delta \vec{u}_1 + \vec{f}_1, \qquad div \vec{u}_1 = 0. \tag{3}$$

На твердой стенке S_1 области Ω_1, заполненной жидкостью, должно выполняться условие прилипания:

$$\vec{u}_1 = 0 \ \left(S_1 = \partial \Omega_1\right). \tag{4}$$

В подвижной системе координат $O_2 x_2^1 x_2^2 x_2^3$ уравнения для определения поля относительной скорости $\vec{u}_2 = \vec{u}_2(t, \vec{r}_2)$, динамического давления $p_2(t, \vec{r}_2)$, с учетом малого внешнего поля массовых сил $\vec{f}_2 = \vec{f}_2(t, \vec{r}_2)$, при постоянной плотности жидкости r_2 и кинематической вязкости m_2, имеют вид:

$$\frac{\partial \vec{u}_2}{\partial t} + \frac{d\vec{w}_2}{dt} \times \vec{r}_2 + \frac{d\vec{w}_1}{dt} \times \vec{h} = -\frac{1}{r_2} \nabla p_2 + m_2 \Delta \vec{u}_2 + \vec{f}_2, \quad div \vec{u}_2 = 0. \tag{5}$$

На твердой стенке S_2 области Ω_2, заполненной жидкостью, должно выполняться условие прилипания:

$$\vec{u}_2 = 0 \ \left(S_2 = \partial \Omega_2\right). \tag{6}$$

Добавим уравнения связи

$$\frac{d\vec{d}_1}{dt} - \vec{w}_1 = 0, \qquad \frac{d\vec{d}_2}{dt} - \vec{w}_2 = 0. \tag{7}$$

Для полной математической формулировки задачи к уравнениям (1)–(7) следует добавить начальные условия:

$$\begin{cases} \vec{u}_1(0, \vec{r}_1) = \vec{u}_1^0(\vec{r}_1), \\ \vec{u}_2(0, \vec{r}_2) = \vec{u}_2^0(\vec{r}_2); \end{cases} \begin{cases} \vec{w}_1(0) = \vec{w}_1^0, \\ \vec{w}_2(0) = \vec{w}_2^0; \end{cases} \begin{cases} \vec{d}_1(0) = \vec{d}_1^0, \\ \vec{d}_2(0) = \vec{d}_2^0. \end{cases} \tag{8}$$

2. Переход к дифференциальному уравнению в Гильбертовом пространстве.

Задача (1)–(8) исследуется с помощью методов функционального анализа, в частности, с помощью теории операторов в гильбертовом пространстве. Эти методы подробно рассмотрены в монографии [1].

Предположим, что при каждом t все члены в уравнениях Навье-Стокса (3) и (5) принадлежат пространству $\boldsymbol{L}_2(\Omega_i) = \boldsymbol{J}_0(\Omega_i) \oplus \boldsymbol{G}(\Omega_i), \boldsymbol{J}_0(\Omega_i) = \{\vec{u}_i(t, \vec{r}_i) \in \boldsymbol{L_2}(\Omega_i) \mid div \vec{u}_i = 0 \ (\Omega_i),$ $\vec{u}_i \cdot \vec{n}_i = 0 \ (S_i)\}$, $\boldsymbol{G}(\Omega_i) = \{\vec{u}_i(t, \vec{r}_i) \in \boldsymbol{L_2}(\Omega_i) \mid \vec{u}_i = \nabla p \ (\Omega_i)\}$, i=1,2. Применим к обеим частям этих уравнений оператор ортогонального проектирования P_{0i} на подпространство $\boldsymbol{J}_0(\Omega_i)$, i=1,2. В силу условия несжимаемости и граничных условий (4) и (6) естественно считать, что поля скоростей $\vec{u}_i(t,\vec{r}_i)$ принадлежат подпространству $\boldsymbol{J}_0^1(\Omega_i)$ [1], а значит, и подпространству $\boldsymbol{J}_0(\Omega_i)$, i=1,2. После ортогонального проектирования уравнения (3) на подпространство $\boldsymbol{J}_0(\Omega_1)$ получаем:

$$\frac{d\vec{u}_1}{dt}+\mathrm{P}_{01}\left(\frac{d\vec{w}_1}{dt}\times\vec{r}_1\right)=\mathrm{P}_{01}(m_1\Delta\vec{u}_1)+\mathrm{P}_{01}\left(\vec{f}_1\right). \tag{9}$$

Расширяя оператор "$-\mathrm{P}_{01}\Delta$" до оператора Стокса A_{01} [1], приходим к абстрактному уравнению в подпространстве $\boldsymbol{J}_0(\Omega_1)$:

$$\frac{d\vec{u}_1}{dt}+\mathrm{P}_{01}\left(\frac{d\vec{w}_1}{dt}\times\vec{r}_1\right)+m_1A_{01}\vec{u}_1=\mathrm{P}_{01}\left(\vec{f}_1\right). \tag{10}$$

Аналогично, после ортогонального проектирования уравнения (5) на подпространство $\boldsymbol{J}_0(\Omega_2)$ и расширения оператора "$-\mathrm{P}_{02}\Delta$" до оператора Стокса A_{02}, получим абстрактное уравнение в подпространстве $\boldsymbol{J}_0(\Omega_2)$:

$$\frac{d\vec{u}_2}{dt}+\mathrm{P}_{02}\left(\frac{d\vec{w}_2}{dt}\times\vec{r}_2\right)+\mathrm{P}_{02}\left(\frac{d\vec{w}_1}{dt}\times\vec{h}\right)+m_2A_{02}\vec{u}_2=\mathrm{P}_{02}\left(\vec{f}_2\right). \tag{11}$$

Рассмотрим систему уравнений (1), (2), (10), (11) и (7) как систему дифференциальных уравнений относительно вектор-столбца $\vec{v}(t):=\left(\vec{u}_1(t,\vec{r}_1),\vec{u}_2(t,\vec{r}_2),\vec{w}_1(t),\vec{w}_2(t),\vec{d}_1(t),\vec{d}_2(t)\right)^t$, считающегося функцией t со значениями в гильбертовом пространстве $\mathbf{H}:=\boldsymbol{J}_0(\Omega_1)\oplus\boldsymbol{J}_0(\Omega_2)\oplus\boldsymbol{C}^4$. Начальные условия (8) порождают начальный элемент $\vec{v}(0):=\left(\vec{u}_1^0,\vec{u}_2^0,\vec{w}_1^0,\vec{w}_2^0,\vec{d}_1^0,\vec{d}_2^0\right)^t$. Коротко эту систему можно записать в виде одного уравнения

$$\frac{d}{dt}\tilde{\mathrm{I}}\vec{v}+(\mathrm{A}+\mathrm{B})\vec{v}=\vec{F}(t),\quad \vec{v}(0)=\vec{v}^0, \tag{12}$$

где

$$\tilde{\mathrm{I}}\vec{v}=\begin{pmatrix} \vec{u}_1+\mathrm{P}_{01}(\vec{w}_1\times\vec{r}_1) \\ \vec{u}_2+\mathrm{P}_{02}(\vec{w}_2\times\vec{r}_2)+\mathrm{P}_{02}\left(\vec{w}_1\times\vec{h}\right) \\ J_1\vec{w}_1+L_1\vec{u}_1+m_2\vec{h}\times\left(\vec{w}_1\times\vec{h}\right)+m_2\vec{h}\times(\vec{w}_2\times\vec{c}_2)+\int\limits_{\Omega_2}\vec{h}\times\vec{u}_2dm_2 \\ J_2\vec{w}_2+L_2\vec{u}_2+m_2\vec{c}_2\times\left(\vec{w}_1\times\vec{h}\right) \\ \vec{d}_1 \\ \vec{d}_2 \end{pmatrix},$$

$$
\mathrm{B}\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\vec{w}_1 + (m_1 a_1 + m_2 h) g d_1 \vec{e}_1^{\,1} \\ -\vec{w}_2 + m_2 a_2 g d_2 \vec{e}_2^{\,1} \\ -\vec{w}_1 - \vec{d}_1 \\ -\vec{w}_2 - \vec{d}_2 \end{pmatrix},
$$

$$
\mathrm{A} = diag\{m_1 A_{01}, \quad m_2 A_{02}, \quad \mathrm{I}, \quad \mathrm{I}, \quad \mathrm{I}, \quad \mathrm{I}\},
$$
$$
\vec{F}(t) = \left(\mathrm{P}_{01}(\vec{f}_1), \mathrm{P}_{02}(\vec{f}_2), \vec{M}_1 - \vec{M}_2, \vec{M}_2, 0, 0\right)^t .
$$

Определим квадрат нормы элемента из пространства $\mathbf{H}$ по формуле

$$
\|\vec{v}\|_{\mathrm{H}}^2 := \int\limits_{\Omega_1} |\vec{u}_1|^2 dm_1 + \int\limits_{\Omega_2} |\vec{u}_2|^2 dm_2 + |\vec{w}_1|^2 + |\vec{w}_2|^2 + |\vec{d}_1|^2 + |\vec{d}_2|^2 . \qquad (13)
$$

3. Вспомогательные предложения и основные теоремы о разрешимости начально-краевой задачи.

Предложение 1. Оператор $\tilde{\mathrm{I}}$ задачи Коши (12) является положительно определенным ограниченным оператором в $\mathbf{H}$.

Предложение 2. Оператор A задачи Коши (12) является самосопряженным положительно определенным неограниченным оператором в $\mathbf{H}$.

Предложение 3. Оператор B задачи Коши (12) является линейным и ограниченным оператором в $\mathbf{H}$.

Теорема 1. *Если* $\vec{v}^{\,0}(x) \in \boldsymbol{D(A)}$, $\vec{F}(t) \in \boldsymbol{C^1([0,T],H)}$, *то оператор* $-\tilde{\mathrm{I}}^{-1}(\mathrm{A}+\mathrm{B})$ *является производящим оператором аналитической полугруппы* $e^{-\tilde{\mathrm{I}}^{-1}(\mathrm{A}+\mathrm{B})t}$ *и сильное решение задачи Коши (12) имеет вид:*

$$
\vec{v}(t) = e^{-\tilde{\mathrm{I}}^{-1}(\mathrm{A}+\mathrm{B})t}\, \vec{v}^{\,0} + \int\limits_0^t e^{-\tilde{\mathrm{I}}^{-1}(\mathrm{A}+\mathrm{B})(t-\tau)} \vec{F}(\tau)\, d\tau . \qquad (14)
$$

Применив к (3) оператор ортогонального проектирования $\mathrm{I} - \mathrm{P}_{01}$ на подпространство $\boldsymbol{G}(\Omega_1)$, получим:

$$
(\mathrm{I} - \mathrm{P}_{01})\left(\frac{d\vec{w}_1}{dt} \times \vec{r}_1\right) = -\frac{1}{r_1}\nabla p_1 + m_1(\mathrm{I} - \mathrm{P}_{01})\Delta\vec{u}_1 + (\mathrm{I} - \mathrm{P}_{01})\,\vec{f}_1 . \qquad (15)
$$

Если найдено решение задачи Коши (12), то, подставив в (15) значения полей $\vec{u}_1$ и $\vec{w}_1$, находим поле давлений ∇p_1.

Аналогичным образом, применяя к уравнению (5) оператор ортогонального проектирования $\mathrm{I}-\mathrm{P}_{02}$ на подпространство $\boldsymbol{G}(\Omega_2)$, зная значения полей $\vec{u}_2$ и $\vec{w}_2$, можно найти поле давлений ∇p_2.

Теорема 2. *Если выполнены условия:*

а) $\vec{u}_1^{\,0}\in \boldsymbol{D}(A_{01})\subset \boldsymbol{J}_0^1(\Omega_1)\subset \boldsymbol{J}_0(\Omega_1)$, $\vec{u}_2^{\,0}\in \boldsymbol{D}(A_{02})\subset \boldsymbol{J}_0^1(\Omega_2)\subset \boldsymbol{J}_0(\Omega_2)$, $\vec{w}_1^{\,0}\in \boldsymbol{C}$, $\vec{w}_2^{\,0}\in \boldsymbol{C}$, $\vec{d}_1^{\,0}\in \boldsymbol{C}$, $\vec{d}_2^{\,0}\in \boldsymbol{C}$; *б) моменты внешних сил* $\vec{M}_1(t)$ *и* $\vec{M}_2(t)$ *есть непрерывно дифференцируемые функции из* $\boldsymbol{C}$; *в) поля внешних сил* $\vec{f}_1(t,x)$ *и* $\vec{f}_2(t,x)$ *есть непрерывно дифференцируемые функции* t *со значениями в* $\boldsymbol{L}_2(\Omega_1)$ *и* $\boldsymbol{L}_2(\Omega_2)$ *соответственно, то исходная начально-краевая задача имеет единственное сильное решение, для которого поля* $\{\vec{u}_1(t,\vec{r}_1);\vec{u}_2(t,\vec{r}_2);\vec{w}_1(t);\vec{w}_2(t);\vec{d}_1(t);\vec{d}_2(t)\}$ *непрерывно дифференцируемы по* t *и принимают значения из* $\boldsymbol{H}$, *поля* $(\nabla p_1)(t)$ *и* $(\nabla p_2)(t)$ *непрерывны в* $\boldsymbol{G}(\Omega_1)$ *и* $\boldsymbol{G}(\Omega_2)$ *соответственно.*

Теорема 3. *Для указанного решения выполнен закон баланса полной энергии*

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\Big\{\int\limits_{\Omega_1}|\vec{u}_1|^2 dm_1+2\int\limits_{\Omega_1}(\vec{w}_1\times\vec{r}_1)\cdot\vec{u}_1 dm_1+J_1\vec{w}_1\cdot\vec{w}_1\Big\}+\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\Big\{\int\limits_{\Omega_2}|\vec{u}_2|^2 dm_2+$$
$$+2\int\limits_{\Omega_2}(\vec{w}_2\times\vec{r}_2)\cdot\vec{u}_2 dm_2+2\int\limits_{\Omega_2}(\vec{w}_1\times\vec{h})\cdot\vec{u}_2 dm_2+m_2|\vec{w}_1\times\vec{h}|^2+J_2\vec{w}_2\cdot\vec{w}_2+$$
$$+2\int\limits_{\Omega_2}(\vec{w}_1\times\vec{h})\cdot(\vec{w}_2\times\vec{r}_2)dm_2\Big\}+\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\{(m_1a_1g+m_2hg)((d_1^1)^2+(d_1^2)^2)\}+$$
$$+\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\{(m_2a_2g((d_1^1)^2+(d_1^2)^2)\}=-m_1\int\limits_{\Omega_1}|rot\vec{u}_1|^2 dm-m_2\int\limits_{\Omega_2}|rot\vec{u}_2|^2 dm+\vec{M}_1\cdot\vec{w}_1+$$
$$+\vec{M}_2\cdot\vec{w}_2-\vec{M}_2\cdot\vec{w}_1,$$

т.е. изменение энергии системы происходит за счет ее диссипации в жидкости и работы внешних сил.

4. Задача о нормальных колебаниях. Рассмотрим вопрос о нормальных колебаниях жидкости в полости, т.е. о решениях однородной задачи $\frac{d}{dt}\tilde{\mathrm{I}}\vec{v}+(\mathrm{A}+\mathrm{B})\vec{v}=0$, зависящих от времени по экспоненциальному закону: $\vec{v}(t,x)=e^{-lt}\vec{w}(x)$, где $\vec{w}(x)$– моды нормальных колебаний. Имеем

$$(\mathrm{A}+\mathrm{B})\,\vec{w}(x)=\lambda\,\tilde{\mathrm{I}}\vec{w}(x). \qquad (16)$$

С помощью операторных методов [1] задача (16) сводится к спектральной задаче для линейного операторного пучка

$$L(\lambda) = \mathrm{I} + \mathrm{G} F^{-1} - \lambda F^{-1}, \qquad (17)$$

где $F = \tilde{\mathrm{I}}^{-\frac{1}{2}} \mathrm{A} \tilde{\mathrm{I}}^{-\frac{1}{2}}$, $G = \tilde{\mathrm{I}}^{-\frac{1}{2}} \mathrm{B} \tilde{\mathrm{I}}^{-\frac{1}{2}}$.

Предложение 4. Спектральная задача (17) удовлетворяет условиям второй теоремы Келдыша: оператор F^{-1} является полным, самосопряженным, компактным оператором класса s_p при $p > \frac{3}{2}$; оператор GF^{-1} является компактным оператором.

Теорема 4. *Задача имеет дискретный спектр $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$, состоящий из изолированных собственных значений конечной алгебраической кратности и имеющий предельную точку $\lambda = \infty$.*

Теорема 5. *Все собственные значения λ_k лежат в полуполосе $\mathrm{Re}\,\lambda_k \geq \lambda_1(F) - \|\mathrm{Re}\,G\|$, $|\mathrm{Jm}\,\lambda_k| \leq \|\mathrm{Jm}G\|$, k=1,2,..., где $\lambda_1(F)$– первое собственное значение оператора F, ReG:= $\dfrac{G+G^*}{2}$, JmG:= $\dfrac{G-G^*}{2i}$.*

Теорема 6. *Собственные и присоединенные элементы $\{\varphi_{k,q}\}_{k=1}^{\infty}$, отвечающие собственным значениям $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$ задачи, образуют полную систему элементов в пространстве $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{J}_0(\Omega_1) \oplus \boldsymbol{J}_0(\Omega_2) \oplus \boldsymbol{C}^4$.*

Таким образом, в данной спектральной задаче возникают колебательные затухающие режимы, для которых декремент затухания ограничен снизу величиной $\lambda_1(F) - \|\mathrm{Re}\,G\|$, а частоты колебаний $\mathrm{Jm}\,\lambda_k$ ограничены по модулю величиной $\|\mathrm{Jm}G\|$.

Список использованной литературы

1. Копачевский Н.Д., Крейн С.Г., Нго Зуй Кан. Операторные методы в линейной гидродинамике: эволюционные и спектральные задачи. – М.: Наука, 1989. – 416 с.
2. Горр Г.В., Кудряшова Л.В., Степанова Л.А. Классические задачи динамики твердого тела. –К.: Наук. думка, 1978. –296 с.
3. Ишлинский А.Ю. Механика относительного движения и силы инерции.– М.: Наука, 1981. – 191 с.
4. Лесина М.Е. К задаче двух тел // МТТ. – 1985. – №17. – С. 46–49.

Поступила в редколлегию 23.06.2000